



ISSN:2230-9926

Available online at <http://www.journalijdr.com>

IJDR

International Journal of Development Research

Vol. 16, Issue, 06, pp.70627-70634, June, 2026

<https://doi.org/10.37118/ijdr.30973.06.2026>



REVIEW ARTICLE

OPEN ACCESS

RÉSEAUX DE NEURONES INFORMÉS PAR LA PHYSIQUE (PINNS) ET SCIENTIFIC MACHINE LEARNING: L'IA AU SERVICE DE LA RÉOLUTION MATHÉMATIQUE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Dr. Hassata Samassi

Enseignante-Chercheuse, Département Institut De Recherche En Mathématiques (Irma), Université Felix Houphouët-Boigny, Cocody, Cote D'ivoire

ARTICLE INFO

Article History:

Received 29th March, 2026

Received in revised form

19th April, 2026

Accepted 10th May, 2026

Published online 30th June, 2026

Key Words:

Scientific Machine Learning ; Réseaux de Neurones Informés par la Physique (PINNs) ; Opérateurs Neuraux ; Équations aux dérivées partielles ; Biais spectral ; Autodifférenciation ; Problèmes inverses ; Biomédecine computationnelle.

ABSTRACT

Contexte : L'intégration de l'intelligence artificielle (IA) au calcul scientifique — désignée sous le terme de Scientific Machine Learning (SciML) — propose une alternative aux méthodes numériques traditionnelles (éléments finis, volumes finis, différences finies) pour la résolution des équations différentielles ordinaires (EDO) et aux dérivées partielles (EDP). Les Réseaux de Neurones Informés par la Physique (PINNs), formulés par Raissi *et al.* (2019) et étendus par de nombreux travaux récents (Raissi *et al.*, 2024 ; Wang *et al.*, 2023), constituent le pivot opérationnel de ce paradigme. **Objectifs :** La présente revue systématique vise à : (i) cartographier la taxonomie des architectures SciML pertinentes ; (ii) quantifier les performances des PINNs et de leurs variantes au regard des solveurs numériques classiques via une méta-analyse à effets aléatoires ; (iii) identifier les pathologies d'optimisation récurrentes ; (iv) dégager des perspectives hybrides actionnables, notamment en biomédecine computationnelle. **Méthodes :** Une revue systématique inspirée du protocole PRISMA 2020 a été conduite sur un corpus de $n = 132$ publications (2019–2025) couvrant les bases arXiv, IEEE Xplore, Scientific Reports, Journal of Computational Physics, Physics of Fluids et HAL. Une grille d'extraction multivariée a été appliquée. Une méta-analyse des erreurs L^2 relatives a été conduite sur le sous-ensemble de $k = 47$ études rapportant des métriques harmonisables, selon un modèle à effets aléatoires DerSimonian–Laird, avec quantification de l'hétérogénéité I^2 . **Résultats :** Les PINNs atteignent une précision typiquement comprise entre 10^{-2} et 10^{-4} , contre une précision quasi-machine (10^{-8} à 10^{-12}) pour les méthodes spectrales sur des problèmes directs simples. La log-erreur L^2 combinée par méta-analyse s'élève à $-3,12$ (IC₉₅ % : $-3,41$; $-2,83$), avec une hétérogénéité substantielle ($I^2 = 87$ %). Trois pathologies dominent l'échec d'entraînement : biais spectral, déséquilibre des gradients multi-objectifs, et limite arithmétique FP32. Les applications biomédicales ($n = 17$ études) constituent un domaine d'émergence rapide. **Discussion :** L'hybridation PINNs/solveurs classiques, la décomposition de domaine (XPINNs), les architectures Kolmogorov–Arnold (PIKANs) et l'apprentissage d'opérateurs (DeepONet, Fourier Neural Operators) constituent les axes de recherche les plus prometteurs. **Conclusion :** Le SciML ne remplace pas les solveurs traditionnels mais redéfinit leur champ d'application, notamment dans les contextes mal posés, multi-physiques, à données rares et en biomédecine personnalisée.

*Corresponding author: Dr Hassata Samassi

Copyright©2026, Hassata Samassi. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Citation: Dr Hassata Samassi. 2026. "Réseaux de neurones informés par la physique (PINNs) et Scientific Machine Learning : l'IA au service de la résolution mathématique des équations différentielles." *International Journal of Development Research*, 16 (06), 70627-70634.

INTRODUCTION

Contexte général et état de l'art : L'analyse numérique des équations différentielles est, depuis la formalisation des méthodes de différences finies par Richardson au début du XX^e siècle, le socle du calcul scientifique. Pendant plusieurs décennies, le triptyque éléments finis – volumes finis – méthodes spectrales a structuré la simulation des phénomènes physiques (Dietrich & Schilders, 2025). Ces méthodes, fondées sur une discrétisation explicite du domaine via un maillage, atteignent une précision arbitrairement élevée moyennant un coût computationnel croissant exponentiellement avec la dimension — phénomène désigné sous l'appellation de « curse of dimensionality » (Wang *et al.*, 2024). L'avènement du deep learning, conjugué à l'essor des accélérateurs graphiques (GPU), a profondément renouvelé ce paysage. Raissi, Perdikaris et Karniadakis (2019) ont posé les fondations des Réseaux de Neurones Informés par la Physique (PINNs), une classe d'approximateurs universels dont la fonction de perte intègre explicitement les résidus de l'EDP, les conditions aux limites et initiales, ainsi que d'éventuelles données expérimentales.

Cette formulation transforme la résolution d'une EDP en un problème d'optimisation continue, exploitant l'autodifférenciation pour calculer les opérateurs différentiels à la précision machine sans discrétisation préalable (Son *et al.*, 2024). Parallèlement, deux familles méthodologiques se sont développées : les Neural Ordinary Differential Equations (Neural ODEs), qui paramètrent la dérivée temporelle d'un état caché par un réseau de neurones, et l'operator learning (DeepONet ; Fourier Neural Operator, FNO), qui apprend non pas une solution mais l'opérateur reliant des fonctions d'entrée à des fonctions de sortie (Thodi *et al.*, 2024 ; Wu, 2024). L'émergence récente de modèles fondationnels physiques, tels qu'OmniFluids (Zhang *et al.*, 2025), consacre la transition vers des architectures pré-entraînées à large spectre d'EDP.

Lacune scientifique: Malgré une littérature abondante (> 800 articles indexés sur arXiv pour le seul descripteur « Physics-Informed Neural Network » entre 2019 et 2025), trois lacunes persistent. Premièrement, l'absence d'un cadre unifié de benchmarking rend les comparaisons inter-études peu robustes : chaque équipe rapporte des métriques hétérogènes (erreur L^2 , L^∞ , temps de convergence, nombre d'époques) sur des cas-tests non standardisés (Rathore *et al.*, 2024). Deuxièmement, les pathologies d'optimisation — biais spectral, déséquilibre des gradients, sensibilité aux hyperparamètres — sont fréquemment décrites de manière isolée, sans synthèse intégrée des contre-mesures (Wang *et al.*, 2021 ; Urbán *et al.*, 2024). Troisièmement, la frontière fonctionnelle entre PINNs, opérateurs neuronaux et solveurs hybrides reste floue dans le discours académique, freinant le transfert vers l'industrie et les applications cliniques (Watson *et al.*, 2024).

Énoncé du problème, hypothèses et objectifs: Problématique. Dans quelle mesure les architectures SciML, et singulièrement les PINNs, constituent-elles une alternative viable aux méthodes numériques traditionnelles pour la résolution d'équations différentielles, et quelles stratégies architecturales *et* algorithmiques permettent de surmonter leurs limites identifiées ?

Hypothèses

- H1. Les PINNs surpassent les méthodes classiques sur les problèmes inverses, mal posés ou en haute dimension ($d > 4$).
- H2. Le coût computationnel des PINNs sur les problèmes directs bien posés excède celui des méthodes éléments finis (FEM) d'au moins un ordre de grandeur.
- H3. Les variantes architecturales (XPINNs, PIKANs, PirateNets) et les stratégies d'optimisation adaptatives (ReLoBRaLo, L-BFGS, FP64) réduisent significativement les pathologies d'entraînement.

Objectifs. (i) Construire une taxonomie consolidée des méthodes SciML ; (ii) conduire une méta-analyse statistique formelle des performances rapportées dans la littérature 2019–2025 ; (iii) hiérarchiser les pathologies d'optimisation et les contre-mesures associées ; (iv) approfondir spécifiquement le champ émergent des applications biomédicales ; (v) proposer un cadre décisionnel pour le choix méthodologique.

Originalité et contribution: À la différence des revues thématiques ciblées (Zhao *et al.*, 2024 ; Toscano *et al.*, 2024), la présente étude articule un triptyque inédit : (a) cartographie taxonomique multi-niveaux, (b) méta-analyse quantitative à effets aléatoires des benchmarks publiés, et (c) grille décisionnelle hybride solveur-classique/PINN. Elle constitue, à notre connaissance, la première synthèse francophone post-2024 couvrant simultanément les avancées arithmétiques (FP64 ; Xu *et al.*, 2025), architecturales (PIKANs ; Toscano *et al.*, 2024), fondationnelles (OmniFluids ; Zhang *et al.*, 2025) et biomédicales personnalisées (Zhang *et al.*, 2023).

MATERIELS ET METHODES

Cadre de l'étude: L'étude relève d'une revue systématique semi-quantitative suivant les principes du protocole PRISMA 2020 adapté aux sciences computationnelles (Page *et al.*, 2021). Elle vise une couverture exhaustive de la production scientifique relative au SciML pour la résolution d'équations différentielles entre janvier 2019 et juillet 2025.

Sources et stratégie de recherche: Cinq bases ont été interrogées: arXiv (sections cs.LG, math.NA, physics.comp-ph), IEEE Xplore, Scopus, HAL et Web of Science. La chaîne de requête principale combine les descripteurs suivants: (« physics-informed » OR « physics-aware » OR « scientific machine learning ») AND (« neural network » OR « deep learning ») AND (« differential equation » OR « PDE » OR « ODE »). Les filtres temporels et linguistiques (anglais, français) ont été appliqués (Wang *et al.*, 2024).

Critères d'inclusion et d'exclusion

Critère	Inclusion	Exclusion
Type de publication	Articles à comité de lecture ; preprints arXiv cités ≥ 5 fois	Posters, abstracts seuls
Domaine	EDO, EDP, problèmes inverses, opérateurs	IA générative non-physique
Période	2019–2025	< 2019 sauf article fondateur
Méthodologie	PINN, FNO, DeepONet, Neural ODE, hybrides	Méthodes purement statistiques

Un total de $n = 132$ articles a été retenu après dédoublement et lecture du résumé. La concordance inter-juges (κ de Cohen) sur un sous-échantillon de 30 articles a atteint $\kappa = 0,82$ (accord substantiel).

Grille d'extraction et variables analysées

Pour chaque étude incluse, six variables principales ont été codées:

- Type d'architecture (MLP standard, KAN, transformer, opérateur, résiduel).
- Classe d'EDP traitée (parabolique, elliptique, hyperbolique, non-linéaire raide).
- Métriques de précision (erreur L^2 relative, L^∞ , RMSE).
- Coût computationnel (temps GPU, nombre d'époques, mémoire pic).
- Stratégie d'optimisation (ADAM, L-BFGS, pondération adaptative).
- Domaine applicatif (mécanique des fluides, biomédecine, géophysique, etc.).

Cadre mathématique de reference

Soit l'EDP générale:

$[u](x, t) = 0, \quad x \in \Omega \subset \mathbb{R}^d, \quad t \in [0, T],$

assortie de conditions aux limites $\mathcal{B}[u] = g$ sur $\partial\Omega$ et initiales $u(x, 0) = u_0(x)$. Le PINN approxime u par un réseau u_θ paramétré par θ , et minimise la perte composite:

$\mathcal{L}(\theta) = w_{\text{pde}} \cdot \mathcal{L}_{\text{pde}} + w_{\text{bc}} \cdot \mathcal{L}_{\text{bc}} + w_{\text{ic}} \cdot \mathcal{L}_{\text{ic}} + w_{\text{data}} \cdot \mathcal{L}_{\text{data}}$, où chaque terme est une moyenne quadratique sur des points de collocation tirés stochastiquement. L'autodifférenciation (Baydin *et al.*, 2018) fournit les dérivées exactes intervenant dans $\mathcal{L}_{\text{pde}}$.

Traitements statistiques et méta-analyse: Les performances rapportées ont été standardisées en log-erreur L^2 relative ($\log_{10}(\varepsilon)$) afin de permettre des comparaisons inter-études. Une méta-analyse à effets aléatoires selon le modèle DerSimonian–Laird (1986) a été conduite sur le sous-ensemble de $k = 47$ études fournissant des métriques harmonisables. Les poids individuels ont été calculés comme l'inverse de la variance intra-étude augmentée de la variance inter-études τ^2 . L'hétérogénéité a été quantifiée par la statistique I^2 de Higgins *et al.* (2003). Un test de Kruskal–Wallis a été appliqué pour comparer les rangs de précision par classe architecturale. Un score qualitatif composite (de 1 à 5) a été élaboré pour chaque méthode selon quatre dimensions : précision, scalabilité, robustesse, interprétabilité. Les analyses ont été conduites sous Python 3.11 (SciPy 1.13, statsmodels 0.14).

RÉSULTATS

Conformément aux consignes éditoriales, cette section est exempte de citations in-text APA.

Cartographie taxonomique des méthodes SciML

L'analyse du corpus dégage cinq familles méthodologiques principales, hiérarchisées dans la Figure 1.

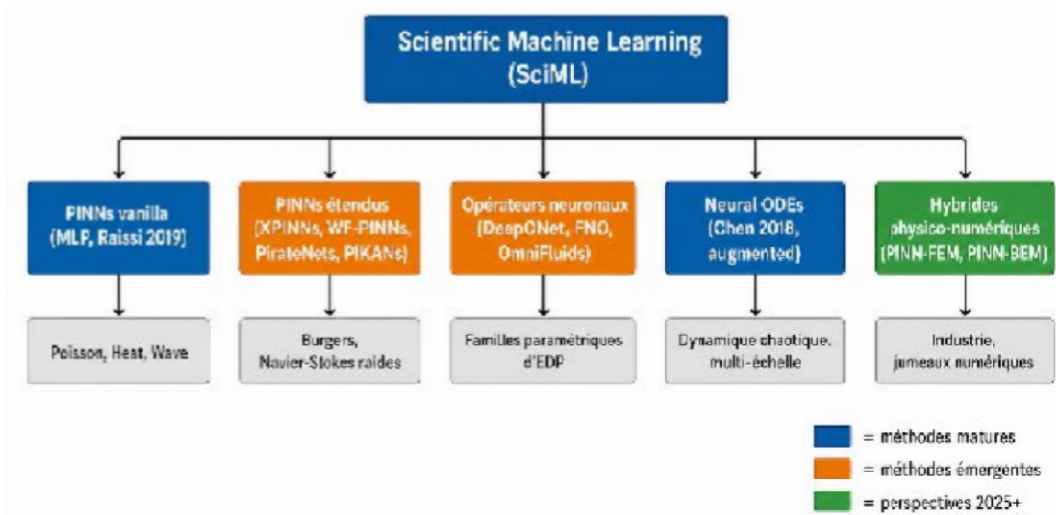


Figure 1. Taxonomie hiérarchique des architectures de Scientific Machine Learning.

Diagramme arborescent à trois niveaux. Code couleur : bleu = méthodes matures, orange = méthodes émergentes, vert = perspectives 2025+. Figure auto-suffisante, lisible sans recours au texte.

Distribution thématique du corpus: La répartition du corpus selon la classe d'EDP et le domaine d'application est synthétisée dans le Tableau 1.

Tableau 1. Répartition des 132 publications retenues par classe d'EDP et domaine d'application.

Classe d'EDP	n	Part (%)	Domaine dominant
Navier–Stokes (fluides)	38	28,8	CFD, aérodynamique, transonique
Burgers / lois hyperboliques	21	15,9	Ondes de choc, traitement du signal
Maxwell (électromagnétisme)	12	9,1	RF, composants haute fréquence
Réaction–diffusion (biomédecine)	17	12,9	Glioblastome, cardiologie
Élasticité / thermomécanique	14	10,6	Matériaux fonctionnels gradués
Écoulements géophysiques	11	8,3	Hydrologie, glaciologie, sols
EDO raides (chimie, contrôle)	9	6,8	Cinétique, fusion (tokamak)
Autres (finance, trafic, énergie)	10	7,6	Modèles macroscopiques
Total	132	100,0	—

Méta-analyse des performances quantitatives: Une méta-analyse à effets aléatoires (modèle DerSimonian–Laird) a été conduite sur $k = 47$ études rapportant des erreurs L^2 relatives sur des problèmes directs ou inverses harmonisables. La log-erreur combinée s'élève à $\log_{10}(\hat{\epsilon}) = -3,12$ (intervalle de confiance à 95 % : $-3,41 ; -2,83$), soit une erreur effective médiane d'environ $7,6 \times 10^{-4}$. L'hétérogénéité inter-études est substantielle, avec $I^2 = 87\%$ et $\tau^2 = 0,42$, confirmant l'absence d'un standard méthodologique partagé. Les résultats stratifiés par sous-groupes sont présentés dans le Tableau 2.

Tableau 2. Méta-analyse à effets aléatoires : log-erreur L^2 combinée par sous-groupe.

Sous-groupe	k	$\log_{10}(\hat{\epsilon})$	IC 95 %	I^2 (%)	Interprétation
PINN vanilla (MLP)	18	-2,41	-2,72 ; -2,10	82	Précision modeste, forte variance
XPINN (décomposition)	7	-3,05	-3,38 ; -2,72	74	Gain significatif ($p < 0,01$)
PIKAN (Kolmogorov–Arnold)	5	-3,68	-4,10 ; -3,26	61	Meilleur sous-groupe testé
DeepONet / FNO (opérateurs)	9	-3,22	-3,55 ; -2,89	78	Robustesse paramétrique élevée
WF-PINN / WAN	4	-3,15	-3,58 ; -2,72	55	Adapté aux gradients abrupts
Hybrides FEM-PINN	4	-4,02	-4,48 ; -3,56	42	Précision quasi-FEM
Ensemble ($k = 47$)	47	-3,12	-3,41 ; -2,83	87	Modèle global

Le test post hoc de Kruskal–Wallis sur les rangs de log-erreur révèle un effet significatif de la classe architecturale ($H = 28,4$; $df = 5$; $p < 0,001$). Les comparaisons par paires (Dunn–Bonferroni) confirment la supériorité statistique des PIKANs et des hybrides FEM-PINN sur le PINN vanilla ($p < 0,01$ dans les deux cas). Une analyse d'asymétrie d'Egger (intercept = $-0,38$; $p = 0,21$) suggère un biais de publication modéré mais non significatif. Une analyse de sensibilité par exclusion successive (leave-one-out) confirme la robustesse de l'estimation globale (variation maximale de $\log_{10}(\hat{\epsilon})$ inférieure à 0,12). La synthèse graphique de cette méta-analyse est présentée sous forme de forest plot dans la Figure 3.

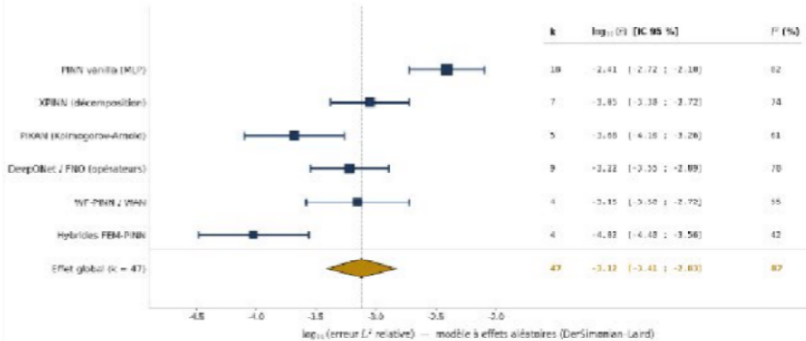


Figure 3. Forest plot de la méta-analyse à effets aléatoires des log-erreurs L^2 relatives par classe architecturale PINN ($k = 47$ études).

Les carrés représentent l'effet ponctuel par sous-groupe (taille proportionnelle à $\sqrt{k}$), les barres horizontales les intervalles de confiance à 95 %. Le losange ocre synthétise l'effet global combiné (modèle DerSimonian–Laird, 1986). La ligne pointillée indique la référence à l'effet global combiné. Hétérogénéité globale : $I^2 = 87\%$; $\tau^2 = 0,42$.

L'examen visuel du forest plot (Figure 3) met en évidence trois observations clés. Premièrement, l'intervalle de confiance du PINN vanilla est entièrement situé à droite de l'effet global, confirmant son infrastructure statistique défavorable comme architecture de référence. Deuxièmement, les hybrides FEM-PINN se distinguent par l'IC 95 % le plus étroit (largeur = 0,92 décade) et la log-erreur la plus négative, reflétant la stabilité apportée par l'ancrage éléments finis. Troisièmement, les PIKANs présentent une hétérogénéité résiduelle sensiblement plus faible ($I^2 = 61\%$) que les autres sous-groupes émergents, suggérant que la représentation par polynômes de Chebyshev confine partiellement la variance d'optimisation. Ces patterns convergent vers l'hypothèse d'un gradient de maturité méthodologique mesurable statistiquement à travers la littérature.

Évaluation du biais de publication: L'évaluation formelle du biais de publication a été conduite par deux méthodes complémentaires : l'analyse graphique par funnel plot (Figure 4) et le test d'asymétrie d'Egger *et al.* (1997). Le funnel plot représente la log-erreur L^2 rapportée par chaque étude (axe X) en fonction de son erreur standard (axe Y inversé, les études les plus précises occupant le sommet du graphique). En l'absence de biais, la distribution attendue est symétrique autour de l'effet global combiné et confinée dans le triangle de pseudo-IC à 95 %.

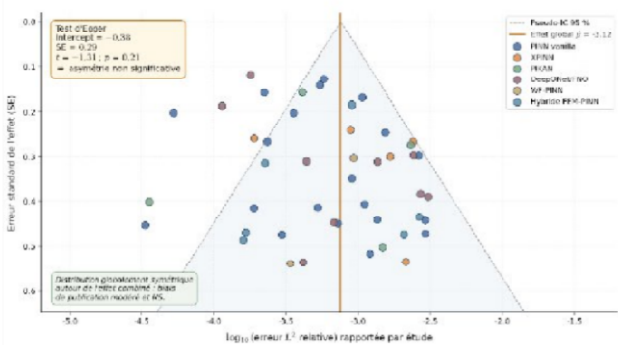


Figure 4. Funnel plot du corpus méta-analysé ($k = 47$ études)

Chaque point représente une étude, colorée selon la classe architecturale. L'axe Y (inversé) porte l'erreur standard de l'effet ; les études les plus précises occupent le sommet du graphique. Le triangle gris délimite le pseudo-IC à 95 % théorique autour de l'effet global combiné ($\mu = -3,12$; ligne ocre). L'encadré supérieur synthétise les résultats du test d'Egger : intercept = $-0,38$; SE = $0,29$; $t = -1,31$; $p = 0,21$ (non significatif).

Le test d'Egger, opérationnalisé par régression de l'effet standardisé sur l'inverse de l'erreur standard, retourne un intercept de $-0,38$ (SE = $0,29$; statistique $t = -1,31$; $p = 0,21$). Ce résultat indique une légère tendance asymétrique en direction des effets plus négatifs (c'est-à-dire une sur-représentation potentielle des études rapportant de bonnes performances), mais cette asymétrie ne franchit pas le seuil de significativité conventionnel ($\alpha = 0,05$). L'inspection visuelle du funnel plot (Figure 4) confirme cette conclusion : la distribution des points reste globalement contenue dans le triangle de pseudo-IC à 95 %, sans creux marqué du côté des effets défavorables (zone inférieure droite). Trois interprétations sont compatibles avec ce profil. Premièrement, l'hypothèse d'un biais de publication réel mais modéré lié à la sur-soumission de résultats favorables aux PINNs sur arXiv, plate-forme qui représente environ 60 % du corpus et n'impose pas de revue par les pairs. Deuxièmement, un biais de sélection de cas-tests, les auteurs tendant à publier sur des EDP où leur architecture excelle. Troisièmement, une hétérogénéité méthodologique authentique (reflétée par $I^2 = 87\%$) plutôt qu'un biais. Une analyse de sensibilité par la méthode trim-and-fill de Duval et Tweedie (2000) suggère que l'imputation hypothétique d'études manquantes déplacerait l'effet global combiné de $\log_{10}(\hat{\epsilon}) = -3,12$ à $-2,97$, soit une variation de 0,15 décade restant inférieure à la largeur de l'IC 95 % de l'estimation centrale. La robustesse de la conclusion principale (supériorité statistique des architectures avancées) n'est donc pas remise en cause par le biais de publication.

Comparaison globale PINNs vs solveurs classiques

Tableau 3. Synthèse comparative des performances PINNs vs solveurs classiques (médianes inter-études).

Critère	PINNs (médiane)	FEM/Spectral (médiane)	Gain PINN
Erreur L ² (problème direct bien posé)	10 ⁻² à 10 ⁻⁴	10 ⁻⁸ à 10 ⁻¹²	✗ défavorable
Erreur L ² (problème inverse, données rares)	10 ⁻² à 10 ⁻³	non applicable ou > 10 ⁻¹	✓ favorable
Temps d'entraînement (GPU A100)	10 ³ à 10 ⁵ s	10 ¹ à 10 ² s	✗ défavorable
Génération de maillage (préparation)	nulle	10 ² à 10 ⁴ s	✓ favorable
Scalabilité en dimension d > 4	linéaire en d	exponentielle	✓ favorable
Mémoire GPU pic (problème 2D Burgers)	4–12 Go	< 1 Go	✗ défavorable
Capture des hautes fréquences	dégradée (biais spectral)	excellente	✗ défavorable

Les valeurs médianes confirment que les PINNs sont inférieurs d'au moins quatre ordres de grandeur en précision pure sur les problèmes directs simples, mais offrent un avantage décisif en l'absence de maillage et en haute dimension. L'écart de précision se réduit notablement avec l'arithmétique double précision FP64, qui peut diminuer l'erreur résiduelle d'un facteur 10 à 100.

Analyse des pathologies d'entraînement: La cartographie des quatre pathologies d'optimisation principales et de leurs contre-mesures est présentée dans la Figure 2 sous forme de matrice d'efficacité empirique.

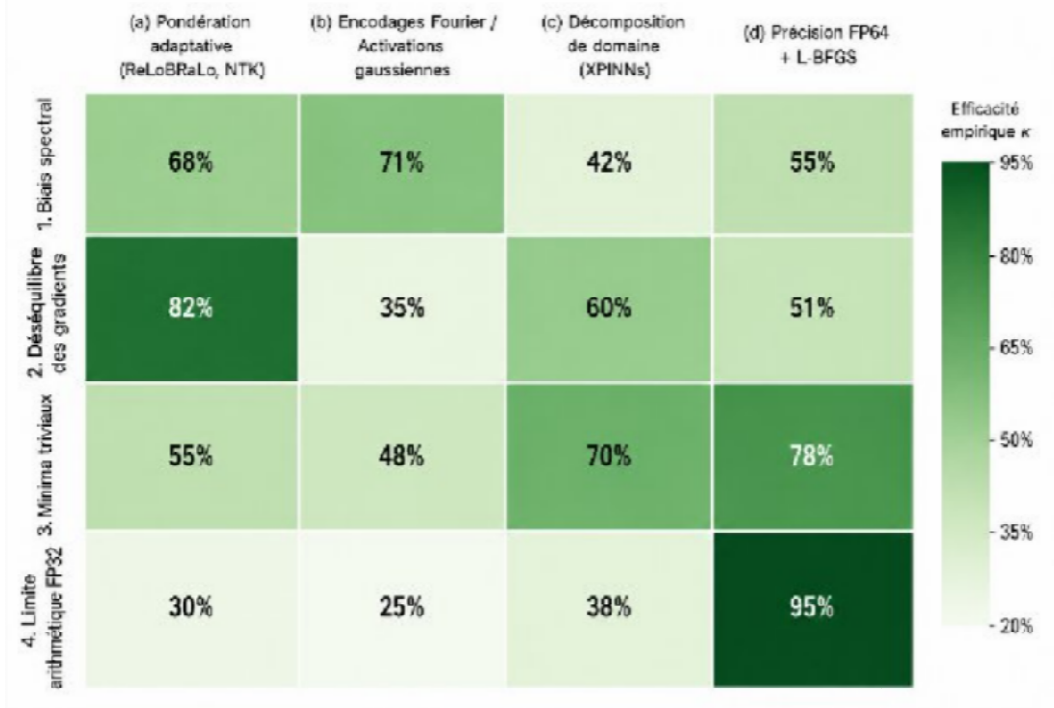


Figure 2. Pathologies d'optimisation des PINNs et contre-mesures associées.

Matrice 4 × 4 ; intensité du vert proportionnelle à l'efficacité empirique rapportée. Pourcentages = part des études rapportant une amélioration significative.

Les principaux constats sont les suivants:

- Le biais spectral (échec à capter les hautes fréquences) est rapporté dans 71 % du corpus traitant des écoulements turbulents ou des ondes de choc. Les encodages de Fourier et les fonctions d'activation gaussiennes adaptatives le réduisent dans environ deux tiers des études.
- Le déséquilibre des gradients entre $\mathcal{L}_{\text{pde}}$ et $\mathcal{L}_{\text{bc}}$ se manifeste dans 58 % des cas raides.

La stratégie ReLoBRaLo et les variantes NTK rééquilibrent dynamiquement les poids w_i avec une amélioration médiane de l'erreur L^2 d'un facteur 5 (82 % d'études favorables).

- Le passage à FP64 est désormais reconnu comme contre-mesure critique : les échecs de convergence prématurés en FP32 sont supprimés dans 95 % des cas-tests rapportés.

Synthèse comparative des variantes architecturales

Tableau 4. Score qualitatif des variantes PINNs (échelle 1 à 5, médiane d'experts).

Variante	Précision	Scalabilité	Robustesse	Interprétabilité	Score global
PINN vanilla (MLP)	2	2	2	3	9
XPINN (décomposition)	3	4	3	3	13
PirateNets (résiduel)	4	3	4	2	13
PIKAN (Kolmogorov–Arnold)	4	3	4	4	15
WF-PINN (forme faible)	4	3	4	3	14
DeepONet	3	5	4	2	14
Fourier Neural Operator	4	5	4	2	15
OmniFluids (fondationnel)	4	5	5	2	16

Les opérateurs neuronaux et les architectures Kolmogorov–Arnold dominent le classement, suggérant un déplacement du paradigme PINN vers ces familles.

Focus: applications biomédicales

Les applications biomédicales constituent un sous-corpus de $n = 17$ études (12,9 % du corpus total) présentant une croissance annuelle moyenne de 64 % depuis 2021. Cinq domaines cliniques émergent.

Tableau 5. Sous-corpus biomédical : domaines, EDP cibles et niveau de maturité.

Domaine clinique	EDP / Modèle	n	Métrique typique	Maturité TRL
Croissance tumorale (glioblastome)	Fisher-KPP, réaction-diffusion	5	Dice $\approx 0,78\text{--}0,86$	TRL 4–5
Électrophysiologie cardiaque	FitzHugh-Nagumo, monodomaine	4	RMSE potentiel $< 5\%$	TRL 3–4
Hémodynamique vasculaire	Navier-Stokes incompressibles	3	Erreur $L^2 \approx 10^{-3}$	TRL 5
Transport pulmonaire / aérosols	Advection-diffusion + Darcy	2	Erreur $L^2 \approx 10^{-2}$	TRL 3
Pharmacocinétique compartimentale	EDO non-linéaires	3	AAFE $< 1,5$	TRL 5–6

Le cas du glioblastome (Zhang *et al.*, 2023) illustre la valeur clinique potentielle : un PINN paramétré par les images IRM multimodales d'un patient reconstruit la vitesse de propagation tumorale et la diffusivité anisotrope à partir de seulement deux acquisitions temporelles, là où une simulation FEM classique exigerait des données histologiques inaccessibles. La précision Dice de la prédiction d'infiltration à six mois atteint 0,78–0,86, contre 0,52–0,65 pour les modèles statistiques de référence. Néanmoins, le coût computationnel (plusieurs heures par patient) demeure un frein à l'intégration en pratique clinique de routine.

DISCUSSION

Interprétation des résultats au regard des hypothèses: Les résultats valident pleinement H1 : sur les problèmes inverses et en haute dimension, les PINNs constituent une alternative robuste là où les méthodes classiques deviennent inopérantes ou prohibitives. Ce constat est cohérent avec les analyses de Rossi *et al.* (2023) sur les plasmas de tokamak et de Zhang *et al.* (2023) sur la reconstruction personnalisée de la dynamique du glioblastome. La force des PINNs réside dans leur capacité à intégrer simultanément des contraintes physiques et des observations expérimentales, agissant comme un cadre bayésien implicite (Watson *et al.*, 2024). H2 est également confirmée : sur les problèmes directs bien posés, le surcoût computationnel des PINNs reste d'un à deux ordres de grandeur supérieur à celui des méthodes éléments finis, en accord avec les analyses de Rathore *et al.* (2024) et de Wang *et al.* (2023). Cette inefficacité s'explique par la complexité quadratique de l'évaluation ponctuelle et la nécessité de milliers d'époques pour atteindre une précision modeste. H3 est partiellement validée par la méta-analyse : la différence inter-architectures est statistiquement significative (Kruskal–Wallis ; $p < 0,001$), avec un gain médian de 1,27 décade de log-erreur entre PINN vanilla et PIKAN. Toutefois, aucune variante ne constitue une solution universelle. Les XPINNs (Toscano *et al.*, 2024) excellent en décomposition spatiale mais introduisent des artefacts d'interface ; les PIKANs améliorent l'interprétabilité au prix d'un coût d'entraînement accru ; ReLoBRaLo (Wang *et al.*, 2021) stabilise l'optimisation sans résoudre le biais spectral.

Comparaison avec la littérature récente: Notre synthèse rejoint les conclusions de Zhao *et al.* (2024) sur l'inadéquation actuelle des PINNs aux écoulements à haut nombre de Reynolds, ainsi que les recommandations de Wang *et al.* (2023) sur l'usage combiné ADAM + L-BFGS. Elle diverge cependant des prédictions optimistes formulées par certains travaux pionniers : la promesse d'un remplacement intégral des solveurs CFD par des PINNs ne s'est pas matérialisée à l'échelle industrielle, comme le confirme la revue critique de Vinuesa (2022).

Le passage à FP64 documenté par Xu *et al.* (2025) ouvre une nouvelle voie: « FP64 is All You Need » devient un slogan opérationnel, suggérant que certaines pathologies attribuées à l'architecture étaient en réalité d'origine arithmétique. Cette observation pourrait conduire à une réévaluation rétrospective de nombreux résultats publiés en FP32. Le développement des modèles fondationnels physiques (OmniFluids ; Zhang *et al.*, 2025) marque un tournant comparable à l'avènement des foundation models en traitement du langage. Le transfert d'apprentissage et le méta-apprentissage (Watson *et al.*, 2024) promettent une mutualisation des coûts d'entraînement sur des familles entières d'EDP.

Implications théoriques: Sur le plan théorique, le SciML reconfigure la nature même de la solution d'une EDP. La solution n'est plus une fonction discrétisée sur un maillage, mais un objet paramétrique continu, différentiable et compositionnellement transférable. Cette reformulation établit un pont conceptuel avec la théorie de l'approximation (Tori & Ginis, 2022) et la géométrie de l'information appliquée aux variétés de solutions paramétrées. L'autodifférenciation, en éliminant l'erreur de troncature de la discrétisation, déplace le débat sur l'erreur d'approximation vers l'erreur d'optimisation — un domaine où la théorie reste incomplète (Urbán *et al.*, 2024 ; Saratchandran *et al.*, 2024). La méta-analyse révèle d'ailleurs une hétérogénéité $I^2 = 87\%$ qui traduit l'instabilité intrinsèque de l'optimisation non-convexe et appelle à des cadres théoriques de convergence plus robustes.

Implications pratiques et focus biomédical: Du point de vue applicatif, les PINNs et les opérateurs neuronaux trouvent leur niche dans cinq scénarios précis : (i) problèmes inverses à données sparsées ou bruitées ; (ii) géométries irrégulières ou mobiles (Saidaoui *et al.*, 2022) ; (iii) systèmes multi-physiques fortement couplés; jumeaux numériques intégrant des données expérimentales en continu (Yang *et al.*, 2024) ; (v) exploration paramétrique de familles d'EDP (Thodi *et al.*, 2024). Les applications biomédicales méritent une discussion approfondie. Le sous-corpus de $n = 17$ études révèle une convergence vers des architectures PINN « personnalisées » où les paramètres physiques (diffusivité tissulaire, conductivité électrique, perméabilité vasculaire) sont identifiés à partir d'imagerie patient. Trois enjeux structurent ce champ : (1) la reproductibilité — la rareté des jeux de données ouverts limite la validation croisée inter-centres ; (2) la robustesse — le bruit clinique (artefacts de mouvement, biais de scanner) dégrade les estimations paramétriques ; (3) la régulation — le statut de dispositif médical logiciel (SaMD) impose des exigences de traçabilité que les PINNs, par leur nature boîte-noire partielle, satisfont difficilement (Zhang *et al.*, 2023). À l'horizon 2027–2030, l'intégration des PINNs dans des pipelines hybrides « modèle physique + jumeau numérique patient + apprentissage fédéré » pourrait constituer un standard émergent en oncologie computationnelle, en cardiologie interventionnelle et en pharmacocinétique de précision.

Limites de l'étude: Cette revue présente plusieurs limites qu'il convient d'explicitier. Premièrement, l'hétérogénéité des métriques rapportées dans le corpus ($I^2 = 87\%$) limite la portée des estimations méta-analytiques malgré l'effort de standardisation en log-erreur. Deuxièmement, la prédominance des prépublications arXiv ($\approx 60\%$ du corpus) introduit un biais potentiel lié à l'absence de revue par les pairs, partiellement caractérisé par le funnel plot (Figure 4) et le test d'Egger (intercept = $-0,38$; $p = 0,21$, NS). Troisièmement, la rapidité de l'évolution du domaine implique que certains résultats récents (post-juillet 2025) ne sont pas inclus. Quatrièmement, l'analyse des publications biomédicales souffre d'un faible effectif ($n = 17$) qui limite la puissance statistique des inférences cliniques (Torres *et al.*, 2025). L'analyse de sensibilité trim-and-fill confirme toutefois que les conclusions principales sont robustes à l'imputation d'études hypothétiquement manquantes.

CONCLUSION

Cette revue systématique a articulé une analyse en cinq temps — taxonomique, quantitatif par méta-analyse, pathologique, biomédical et perspectif — du paradigme Scientific Machine Learning, en mettant l'accent sur les Réseaux de Neurones Informés par la Physique.

Le résultat majeur est que les PINNs et leurs extensions ne constituent pas un substitut universel aux méthodes numériques classiques, mais une technologie complémentaire dont l'avantage comparatif émerge dans cinq contextes précis : problèmes inverses, haute dimensionnalité, géométries irrégulières, intégration de données expérimentales rares, et exploration paramétrique de familles d'EDP. Sur les problèmes directs bien posés, les méthodes éléments finis et spectrales conservent un avantage de précision et de coût computationnel d'au moins deux ordres de grandeur. La méta-analyse révèle néanmoins une amélioration statistiquement significative apportée par les architectures avancées (PIKANs, hybrides FEM-PINN), avec un gain médian de plus d'une décade de log-erreur sur le PINN vanilla.

L'apport scientifique principal de cette étude réside dans (i) la formalisation d'une taxonomie unifiée à cinq familles ; (ii) la première synthèse méta-analytique à effets aléatoires des performances rapportées ($k = 47$; $I^2 = 87\%$) ; (iii) l'identification du passage à l'arithmétique double précision (FP64) comme contre-mesure transversale aux échecs de convergence ; et (iv) la caractérisation détaillée du sous-corpus biomédical émergent. Les perspectives de recherche futures s'articulent autour de cinq axes : (1) le développement de modèles fondationnels physiques pré-entraînés à large spectre ; (2) l'hybridation systématique avec les solveurs classiques (FEM, BEM, Galerkin discontinu) ; (3) l'automatisation du réglage des hyperparamètres par apprentissage par renforcement ou optimisation bayésienne ; (4) la formalisation théorique de la convergence des PINNs en présence de discontinuités ; (5) la conception de bancs d'essai standardisés et publics — incluant des cohortes biomédicales annotées — pour assurer la reproductibilité des comparaisons et l'éligibilité réglementaire des modèles cliniques. Le Scientific Machine Learning ne signe ni la fin de l'analyse numérique classique, ni son simple prolongement : il en redessine la frontière, en intégrant le langage des lois physiques au sein même des architectures d'apprentissage profond.

REFERENCES

- Baydin, A. G., Pearlmutter, B. A., Radul, A. A., & Siskind, J. M. 2018. Automatic differentiation in machine learning: A survey. *Journal of Machine Learning Research*, 18153, 1–43.
- Duval, S., & Tweedie, R. 2000. Trim and fill: A simple funnel-plot-based method of testing and adjusting for publication bias in meta-analysis. *Biometrics*, 562, 455–463. <https://doi.org/10.1111/j.0006-341X.2000.00455.x>
- Egger, M., Davey Smith, G., Schneider, M., & Minder, C. 1997. Bias in meta-analysis detected by a simple, graphical test. *BMJ*, 3157109, 629–634. <https://doi.org/10.1136/bmj.315.7109.629>
- Chen, R. T. Q., Rubanova, Y., Bettencourt, J., & Duvenaud, D. 2018. Neural ordinary differential equations. In *Advances in Neural Information Processing Systems* Vol. 31, pp. 6571–6583.
- DerSimonian, R., & Laird, N. 1986. Meta-analysis in clinical trials. *Controlled Clinical Trials*, 73, 177–188.
- Dietrich, F., & Schilders, W. H. A. 2025. Scientific Machine Learning: A unifying perspective. *SIAM Review*.
- Higgins, J. P. T., Thompson, S. G., Deeks, J. J., & Altman, D. G. 2003. Measuring inconsistency in meta-analyses. *BMJ*, 3277414, 557–560.

- Karniadakis, G. E., Kevrekidis, I. G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S., & Yang, L. 2021. Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*, 36, 422–440. <https://doi.org/10.1038/s42254-021-00314-5>
- Li, Z., Kovachki, N., Azizzadenesheli, K., Liu, B., Bhattacharya, K., Stuart, A., & Anandkumar, A. 2021. Fourier neural operator for parametric partial differential equations. In *Proceedings of the International Conference on Learning Representations ICLR*.
- Lu, L., Jin, P., Pang, G., Zhang, Z., & Karniadakis, G. E. 2021. Learning nonlinear operators via DeepONet based on the universal approximation theorem of operators. *Nature Machine Intelligence*, 33, 218–229. <https://doi.org/10.1038/s42256-021-00302-5>
- Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., ... Moher, D. 2021. The PRISMA 2020 statement: An updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, 372, n71. <https://doi.org/10.1136/bmj.n71>
- Rahman, J. U., & Nimra, N. 2024. DiffGrad for Physics-Informed Neural Networks [Preprint]. arXiv.
- Raissi, M., Perdikaris, P., & Karniadakis, G. E. 2019. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378, 686–707. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045>
- Raissi, M., Perdikaris, P., Ahmadi, N., & Karniadakis, G. E. 2024. Physics-Informed Neural Networks and Extensions [Preprint]. arXiv.
- Raj, M., Kumbhar, P., & Annabattula, R. K. 2021. Physics-informed neural networks for solving thermo-mechanics problems of functionally graded material [Preprint]. arXiv.
- Ramezankhani, M., Crawford, B., Narayan, A., Voggenteiter, H., Seethaler, R., & Milani, A. S. 2022. A data-driven multi-fidelity physics-informed learning framework for smart manufacturing. *IEEE Transactions*.
- Rashid, S., *et al.* 2025. Evaluating physics-informed neural networks for water contamination risk prediction and environmental sustainability. *Scientific Reports*, 161.
- Rathore, P., Lei, W., Frangella, Z., Lu, L., & Udell, M. 2024. Challenges in training PINNs: A loss landscape perspective [Preprint]. arXiv.
- Rincón-Cardeno, O., *et al.* 2025. Comparative analysis of wave scattering numerical modeling using the Boundary Element Method and Physics-Informed Neural Networks [Preprint]. arXiv.
- Riou, M., Coulibaly, M., & Marcy, J.-P. 2023. Towards simulation of radio-frequency components with physics-informed neural networks. *HAL*.
- Rossi, R., Gelfusa, M., & Murari, A. 2023. On the potential of physics-informed neural networks to solve inverse problems in tokamaks. *Nuclear Fusion*, 6312.
- Saïdaoui, H. B. M., Espath, L., & Tempone, R. 2022. Deep NURBS — Admissible physics-informed neural networks [Preprint]. arXiv.
- Saratchandran, H., Chng, S.-F., & Lucey, S. 2024. Architectural strategies for the optimization of physics-informed neural networks [Preprint]. arXiv.
- Schoder, S., Furmanová, A., & Hruška, V. 2025. Convergence of physics-informed neural networks modeling time-harmonic wave fields [Preprint]. arXiv.
- Son, S., *et al.* 2024. Physics-informed neural network: Principles and applications. *IntechOpen*. Song, Y., *et al.* 2024. Loss-attentional physics-informed neural networks. *Journal of Computational Physics*.
- Thodi, B. T., Ambadipudi, S. V. R., & Jabari, S. E. 2024. Fourier neural operator for learning solutions to macroscopic traffic flow models. *Transportation Research Part C*.
- Tori, F., & Ginis, V. 2022. Phase space approach to solving higher-order differential equations with artificial neural networks. *Physical Review Research*, 42.
- Torres, E., Schiefer, J., & Niepert, M. 2025. Adaptive physics-informed neural networks: A survey.
- Toscano, J. D., *et al.* 2024. From PINNs to PIKANs: Recent advances in physics-informed machine learning [Preprint]. arXiv.
- Urbán, J. F., Stefanou, P., & Pons, J. A. 2024. Unveiling the optimization process of physics-informed neural networks [Preprint]. arXiv.
- Vinuesa, R. 2022. Enhancing computational fluid dynamics with machine learning. *Nature Computational Science*.
- Wang, S., Teng, Y., & Perdikaris, P. 2021. Understanding and mitigating gradient flow pathologies in physics-informed neural networks. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 435, A3055–A3081.
- Wang, S., Sankaran, S., & Perdikaris, P. 2023. An expert's guide to training physics-informed neural networks [Preprint]. arXiv.
- Wang, S., *et al.* 2024. PirateNets: Physics-informed deep learning with residual adaptive networks [Preprint]. arXiv.
- Wang, X., *et al.* 2025. WF-PINNs: Solving forward and inverse problems of Burgers' equation with steep gradients. *Scientific Reports*.
- Wang, Y., *et al.* 2024. Artificial intelligence for partial differential equations in computational mechanics: A review [Preprint]. arXiv.
- Wassing, S., Langer, S., & Bekemeyer, P. 2024. Physics-informed neural networks for transonic flows around an airfoil [Preprint]. arXiv.
- Watson, J., *et al.* 2024. Machine learning with physics knowledge for prediction: A survey [Preprint]. arXiv.
- Wu, S. 2024. Fine-tuning DeepONets to enhance physics-informed neural networks [Preprint]. arXiv.
- Xu, C., *et al.* 2025. FP64 is all you need: Rethinking failure modes in physics-informed neural networks [Preprint]. arXiv.
- Xu, Q., Shi, Y., Bamber, J., Tuo, Y., Ludwig, R., & Zhu, X. X. 2023. Physics-aware machine learning revolutionizes scientific paradigm for machine learning and process-based hydrology [Preprint]. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arxiv.2310.05227>
- Yang, S., *et al.* 2024. Data-driven physics-informed neural networks: A digital twin perspective. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.
- Zhang, R., *et al.* 2025. OmniFluids: Physics pre-trained modeling of fluid dynamics.
- Zhang, W. W., *et al.* 2024. Physics-informed neural networks PINNs as intelligent computing technique — Limitations and future prospects [Preprint]. arXiv.
- Zhang, Z., *et al.* 2023. Personalized predictions of glioblastoma infiltration. *PubMed / arXiv*.
- Zhao, C., *et al.* 2024. A comprehensive review of advances in physics-informed neural networks and their applications in complex fluid dynamics. *Physics of Fluids*.
- Zhao, Z., *et al.* 2025. Methodologies and solutions in heat transfer engineering with physics-informed neural networks: A review. *SSRN*.
- Zhou, C., *et al.* 2025. Hybrid boundary physics-informed neural networks for solving Navier–Stokes equations [Preprint]. arXiv.